

超電導-臨界温度_&_Cooper 電流双極子模型

2024/10/11.

発電所出力=100万Kw=50万Vx2kA=25万Vx4kA.

[送電ロス](#)は原発6基、火力7基分

超電導体性能指数 [臨界温度,材料と製法価,,...] の背景[1][2]を粗暴考察。

[1]:臨界温度<液体窒素 T=77K>.

高温安定性は一巨視的量子状態凍結電子密度下での断熱 potential 下での安定範囲内での格子振動振幅温度増格子振動増で安定域飛び出しが起こると量子遷移=超伝導秩序破綻。

(1)可逆的電気抵抗0電流は波動関数 $\psi(x)$ 凍結電子密度の一個 E_0 状態、有限温度ながら非熱統計力学状態。

(2)有限温度は結晶格子振動に由来、 $\psi(x)$ 断熱 potential 谷底で安定振動

(a)Hellman-Feymann 静電定理<coulomb 力相互作用の古典描像の厳密成立>

https://www.qcri.or.jp/pdfs/Kagaku_Zohkan.106.41.PDF

(b)断熱 potential<基底状態 E_0 波動関数電子密度は格子振動許容>

https://home.hiroshima-u.ac.jp/kyam/pages/results/monograph/Ref23_B-O.pdf

(3)低温域 ($T < T_D$)格子振動の熱統計力学

低温格子比熱 $\partial U / \partial T = C_v = 3nk_B(4\pi^4/5)(T/T_D)^3 \dots n$ 物質粒子数, T_D 物質 Debye 温度

.....引用先喪失.....

格子振幅 A 振動内部 energy. $U = \sum (v^2/2M + kA^2) = \alpha T^4, \Rightarrow \alpha T^4/2 = \langle kA^2 \rangle = \langle v^2/2M \rangle,$

$k =$ 格子間引力バネ定数,

$M =$ 格子元素質量

$\Rightarrow \langle A \rangle = T^2 \sqrt{\alpha/2k} = v/\sqrt{2Mk}, \dots$ 断熱 potential 安定性支配の格子振幅 A は温度², バネ引力、格子質量の平方根逆比例、

(4)格子振幅 A 実態.歴史推移

<https://park.itc.u-tokyo.ac.jp/kittaka/contents/others/tc-history/index.html>

[超伝導転移温度の一覧](#)

超伝導体推移	開発年	臨界温度推移	
→ HgBa2Ca2Cu3Ox	1986→ 1993	30→ 133	伝導層上下に重しの感じ、 $(133/30)^2=20$ 倍の A 増大, 上限実現??? !!!
→ MgB2	1911→ 2001	4.2→ 39	元素は軽く、結合強度強しに見える $(39/4)^2=51$

(5)高温超伝導フォーラム<2012(2024)>

<http://www.htsf.jp/about.html>

銅酸化物高温超伝導体が発見されて26(38)年になろうとしますが、残念ながらいまだそのメカニズム解明には至っていません。あまりに長い時間を費やしてしまったため、また研究手段があまりに高度化したため、研究者人口が著しく減少し、日本国内では銅酸化物超伝導体研究者はほとんど「絶滅危惧種」のようになっています。(例えば、今春の日本物理学会領域8において、銅酸化物のセッション数は領域全体の1割弱でした。)

(6)断熱 potential 柔軟性? ! ! ⇨現場では km 長スケルで巨視的一量子状態実現は驚くべき事です

(7)筆者のプロ研究者への切実な質問

(a)断熱 potential 議論の論文がない???

(b)Cooper 対は spin 結合の話がない??? ⇒ [2].

[2]:Cooper 電流双極子模型(CCD) .

☞ : 本章は仮説結果のみ、現象論 spin 結合式はありますが、第一原理量子論証明不明、今後時間かかります。

Cooper 対は通常分子軌道上でも **±spin 結合** で普通に成立<非対電子>、**円環磁界=電流 dipole** 次元(別解釈)にもある、**高温超電導は液体窒素温度下でこの電流巨視 dipole 列<量子基底状態>=マイクロマクロ電線になる、**

☞ : He2 対電子 s 軌道は H より深い結合エネ E₀、電荷 2 倍、電子核間距離 1/2 ⇒4 倍での計算より深い!! ⇒spin 結合負エネ
 H(r)原子半径=0.53 Å, He(r)原子半径=0.32 Å, E₀(H)=-13.6v, E₀(He)=-79.2v

(1)超電導量子力学要項:

$E_0 = \langle \psi | \mathcal{H} | \psi \rangle \dots \mathcal{H} = T + U \dots$ **超電導基底唯一状態!**
 $U = \sum_{\alpha\beta} U_{\alpha\beta}^{(Coulomb)} + \sum_{\alpha_j} U_{\alpha_j}^{(Coulomb)} + \sum_{jk} U_{jk} \dots$ * $U_{jk} = V_{jk}^{(Coulomb)} + W_{jk}^{(spin)}$

$W_{jk} = g_s s_j s_k / 4 \pi r_{jk}^3 \dots$ Cooper Pair spin 結合 2e 電荷電流で超電導原因=**引力負エネルギー ΔE_s**

*素材は CP 結合を準備、電荷注入超電導始動で量子遷移 E₀.

$E_s = \langle \psi | \sum_{jk} W_{jk} | \psi \rangle$

☞ :: ΔE_s = E_s(spin ordered) - E_s(spin random) < 0.

(2) **磁束量子(超伝導)** :: CP2e 電流を実証!!

https://ocw.kyoto-u.ac.jp/wp-content/uploads/2010/04/2010_kagakukotaidennshiron_3.pdf

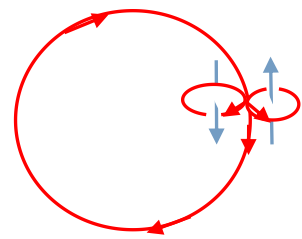
上記では MKSA 単位でないようです。<h=2πħ;Plank 定数,e=電子電荷>

電磁気学: curlE = -∂_tB, ∇→ V = -∂_tΦ.

古典力学(平均値量子力学): dP/dt = eE = e(-∂_tΦ/2πR) → P = -eΦ/2πR = P = 2πħ/λ = 2πħN/2πR

量子力学: **de Broglie**: p = ħk = 2πħ/λ, (2π/λ = k), λ = (2πR/N).

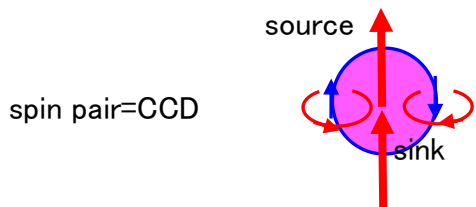
結論: Φ = -2πħN/e → Φ_{k=1} = -2πħ/e = -h/e



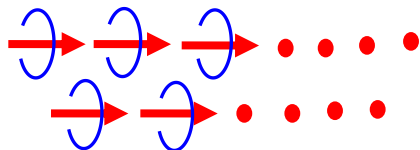
Cooper 対電流 = 2e → $\Phi_0 = h/2e = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} / 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}.$

(3)Cooper 電流双極子模型(CCD) .

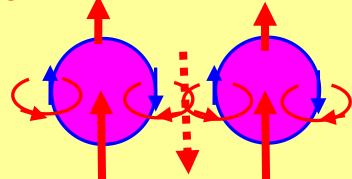
$W_{jk} = g_s s_j s_k / 4 \pi r_{jk}^3 < 0, \dots$



CCD propagation model.



spin 電流並列疑点:



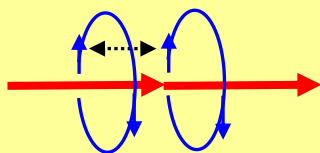
逆電流発生だと両者間斥力作用?

逆 spin 対並行電流間は**引力!!** Cooper Pair=CP は**引力結合**
 極値で spin 相殺、spin=0 の Bose 粒子化、
 2e 電荷電流のみの導体層中心は**磁界消滅の Meissner 断面化**、
 2 個間の CP は**斥力ならず!!**

☞:同種電荷 2 個の **Coulomb 斥力**を懸念する人がいるが spin 電荷**近傍**実態は spin 電流磁界、
 走行電荷 Coulomb 力 $f=qE$ は Lorentz 力 $f=lxB$, **spin 電流並行で引力に化ける!! <Cooper 対>**

参考書: Nuzio, Tralli, chap8, Classical Electromagnetic Theory, MagGraw Hill, 1963

spin 磁界並列疑点:



磁界並列発生だと両者間斥力最小値、中心電流双極子の直列化は**引力**

Cooper Pair=CP は**引力結合極値**、spin=0 の Bose 粒子化、2 個 CP は**斥力ならず!!**

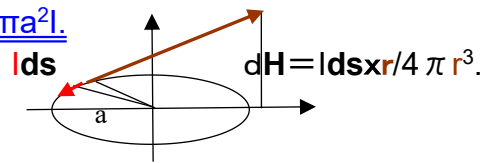
(4) 微小円環電流の作る磁界公式<通常電流とは異定義に注意>:

(a) 磁気 moment 意味再検証 = "電流" 双極子 (=IL) <spin-spin-相互作用 CP 電流の基礎>

☹: 通常磁気 moment 定義 $\mu = SI = \pi a^2 I$.

円環電流 $I = q(v/2\pi a), \dots$

直線電流 $I_0 = qv$.



(b) 直線電流 I_0 での磁気 moment 定義 $\mu = a I_0 / 2 =$ "電流 I_0 " 双極子 moment (=IL/2)..

(c) 微小円環電流の作る磁界公式:

磁気モーメント: $\mu_0 (\pi a^2 I) / 2 \pi r^3 = \mu_0 \mu / 2 \pi r^3$,

$$\mu_B = e\hbar/2m_e = 9.27 \times 10^{-24} \text{Am}^2 (\text{JT}^{-1}).$$

https://eman-physics.net/electromag/magnetic_moment.html

☹: $a \ll r$ 極限使用の厳密式; 電子 spin を想定した円環電流(半径 $a \rightarrow 0$)の作る磁界.

$B_x = (\mu_0 I \pi a^2 / 4 \pi r^3) (3xz/r^2), \dots z=0, x=0$ で消える, $x=z \rightarrow (3xz/r^2) = 3/2$

$B_y = 0$.

$B_z = (\mu_0 I \pi a^2) (-1 + 3z^2/r^2), \dots z=r, \dots Z$ 方向が主役化

(d) 一般電流密度 $j [A/L^3]$ の作る磁界公式:

$$\square \mathbf{B} = -\mu \text{curl} \mathbf{j} \rightarrow \mathbf{B} = \mu \oint \mathbf{dS} \times \mathbf{j} / 4 \pi r^2$$

(5) 角運動量 L と磁気 moment: $L = axmv \rightarrow I_0 = ev = e(L/ma) \rightarrow I = I_0 / 2 \pi a$.

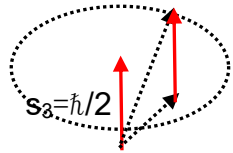
$$\rightarrow I \pi a^2 = e(L/ma) \pi a^2 = eL/2m$$

https://home.hiroshima-u.ac.jp/kyam/pages/results/monograph/Ref04_g_val.pdf

☠: 上記古典論の軌道角運動量磁気 moment 式に電子 $\text{spin} = \hbar/2$ 代入では電子磁気moment値は半分。

* $\hbar/2$ は軌道角運動量のみでは保存法則破綻から存在厳格証明<付録1>。

☠: 可観測量磁気momentの **2倍化謎解き?**



観測にかかる無磁界角運動量は $s_3 = \hbar/2$ のみで, (s_1, s_2) は不明だが

有磁界磁気 moment 観測では磁界方向整列で全長 $\sqrt{(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)} = \hbar, \dots \dots$ 角運動量子

(6) 電子磁気 moment (Bohr 磁子) $= \mu_B = e\hbar/2m_e = 9.27 \times 10^{-24} \text{Am}^2 (\text{JT}^{-1}).$

https://ocw.kyoto-u.ac.jp/wp-content/uploads/2008/04/2008_teionkagakuB_3.pdf

https://home.hiroshima-u.ac.jp/kyam/pages/results/monograph/Ref04_g_val.pdf

(a) 電子のスピンは実際には存在しない。単なる数学上の産物

<https://www.7b.biglobe.ne.jp/~kcy05/nidspi.html#:~:text=%E3%82%B9%E3%83%94%E3%83%B3%E3%81%99%E3%82%8B%E9%9B%BB%E5%AD%90%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E3%81%AF%E5%80%8D%E4%BB%A5%E4%B8%8A%E3%81%AE%E9%80%9F%E3%81%95%E3%80%82>

(b): 半分 moment 原因は spin 波動関数は 4π 回転で始点回帰<角度量子化>

☹: 主流派にも多数致命的誤解があるが、このサイトは大間違い多し、正しい量子化で正解の指摘もある。

$H_s = s \theta, \dots s = \text{spin 変数}, \theta = s$ の正準共役変数 = 角度 (無次元), \dots ごと押し議論、

電子スピン波動関数 $\Psi_s = \exp(H_s/i\hbar) = \exp(s \theta / i\hbar) = \exp((\hbar/2) \theta / i\hbar)$.

角度量子化 $\Rightarrow 1 = \exp((\hbar/2) \theta / i\hbar) = \exp((\hbar/2) 2\pi N / i\hbar) = \exp((\hbar) \times 2\pi N / i\hbar)$

☹: **4成分 spinor 波動関数<spin-spin 結合>でないといけない事**がある?!!

厳密理論量子電磁気学(QED)での電子 j 電磁場 A 相互作用 $H=jA$ を確認。

化学物性議論一般で波動関数は一成分 scalar ですが QED では 4成分 spinor.

☹: 逆 spin 対電子の Coulomb 重なり(共鳴積分) energy $= U_{\pm s} = \iint d^3r e^2 \Psi(0, \pm s)^* \Psi(r, \mp s) / 4 \pi \epsilon r^2$

$r \rightarrow 0$ で Coulomb 斥力は ∞ , 他方, 直交 spinor 内積 = 0, $U_{\pm s}$ = 有限値化。

spin 問題困難, 完成品は後に記載予定。

付録1: Dirac Hamiltonian と角運動量保存法則<電子 spin 証明>。

$(i \gamma_\mu (-i\hbar \partial_\mu) + mc) \Psi(x) = 0,$
 $\hbar \gamma_0 \partial_0 \Psi(x) = -(\hbar \gamma_k \partial_k + mc) \Psi(x)$
 $i\hbar \partial_t \Psi(x) = (ic \gamma_0 \gamma_k p_k - i\hbar \partial_k) \Psi(x) = (ic \gamma_0 \gamma_k p_k + \gamma_0 mc^2) \Psi(x) = H \Psi(x)$
 $H = (ic \gamma_0 \gamma_k p_k + \gamma_0 mc^2) \dots \dots \dots$ **Dirac Hamiltonian.**
 $L_{kl} = (x_k p_l - x_l p_k) = [x_k, p_l] = i\hbar \delta_{kl} \dots \dots \dots$ **角運動量**
 $i\hbar \partial_t Q_i = [Q_i, H] = 0 \dots \dots \dots$ **Q=無時間変化 = 保存物理量**

証明 : $i\hbar \{ \partial_t L_{kl} + [i\hbar/2] \gamma_k \gamma_l \} = 0$

$i\hbar \partial_t L_{kl} = [(x_k p_l - x_l p_k), H] = (x_k p_l - x_l p_k) (ic \gamma_0 \gamma_k p_k + \gamma_0 mc^2) - (ic \gamma_0 \gamma_k p_k + \gamma_0 mc^2) (x_k p_l - x_l p_k)$
 $= (x_k p_l - x_l p_k) (ic \gamma_0 \gamma_m p_m) - (ic \gamma_0 \gamma_m p_m) (x_k p_l - x_l p_k)$
 $= ic \gamma_0 \gamma_m p_l [x_k p_m - p_m x_k] - ic \gamma_0 \gamma_m p_k [x_l p_m - p_m x_l]$
 $= ic \gamma_0 \gamma_m p_l [i\hbar \delta_{km}] - ic \gamma_0 \gamma_m p_k [i\hbar \delta_{lm}]$
 $= -\hbar c \gamma_0 [\gamma_k p_l - \gamma_l p_k]$

$i\hbar \partial_t \gamma_k \gamma_l = [\gamma_k \gamma_l, H] = \gamma_k \gamma_l (ic \gamma_0 \gamma_m p_m + \gamma_0 mc^2) - (ic \gamma_0 \gamma_m p_m + \gamma_0 mc^2) \gamma_k \gamma_l$
 $= ic p_m \gamma_0 [-\gamma_k \gamma_m - \gamma_m \gamma_k] \gamma_l = -ic p_k \gamma_0 \gamma_l$
 $= ic p_m \gamma_0 [\gamma_l \gamma_m + \gamma_m \gamma_l] \gamma_k = ic p_l \gamma_0 \gamma_k$
 $= (ic/2) \gamma_0 (p_l \gamma_k - p_k \gamma_l)$

$-\hbar c = (ic/2) [i\hbar/2].$

付録1補足資料: 記号規約: $x_\mu = (ict, x_k), p_\mu = (iE/c, p_k), \mu = 0, 1, 2, 3; k, l = 1, 2, 3$; 反復添え字は総和

(1) spin 観測量と spinor 固有値形式

① $A \phi_a = a \phi_a \dots \dots$ 量子力学第一原理の観測量 A と固有状態 ϕ_a 直交関数完備系、固有値 $= a$.

② **spin 観測量**: spin observable $s_{kl} = i\hbar/2 \gamma_k \gamma_l, \dots, L_{kl} = (x_k p_l - x_l p_k), \dots, p_k = -i\hbar \partial_k$

③ **行列表示**

$s_3 = s_{23} = i\hbar/2 \gamma_2 \gamma_3 = i\hbar/2 \begin{vmatrix} -i & & & \\ & +i & & \\ & & -i & \\ & & & +i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +\hbar/2 & & & \\ & -\hbar/2 & & \\ & & +\hbar/2 & \\ & & & -\hbar/2 \end{vmatrix}$

s_3 固有値が対角線上、対応固有状態は直交系単位 spinor だが $E/c + mc$ で (2)(c) 正規化すれば近似的になる?

$u(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)$	\doteq
$-ip_0 + mc = E/c + mc$	1
0	0
$+ip_3$	0
$ip_1 - ip_2$	0

(2) **Dirac 方程式** spinor 解 $\Psi(x) = u(\mathbf{p}) \exp(px/i\hbar) \dots$

$0 = p_\mu p_\mu + m^2 c^2 = (i \gamma_\mu p_\mu + mc)(-i \gamma_\mu p_\mu + mc) \dots \Rightarrow (i \gamma_\mu (-i\hbar \partial_\mu) + mc)(-i \gamma_\mu p_\mu + mc) \exp(px/i\hbar) = 0$

* $u^\dagger u = (mc + E/c)^2 + p^2 = (mc)^2 + (E/c)^2 + 2mE + p^2 = 2(E/c)^2 + 2mE = (m^* c)^2 = D(E)^2.$

* $u^\dagger u = 2c^{-2} [(c^2 p^2 + (mc^2)^2 + E mc^2]$

$p^2 - (E/c)^2 = -(mc)^2, \quad p^2 + (mc)^2 = (E/c)^2, \quad E = (c^2 p^2 + (mc^2)^2)^{1/2}.$

(3) **Dirac 行列**: $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2 \delta_{\mu\nu}$

γ_0	γ_1	γ_2	γ_3
1	1	-i	+1
1	1	+i	-1
-1	1	-i	+1
-1	1	+i	-1

spin observable
 $s_{kl} = i\hbar/2 \gamma_k \gamma_l$
 $L_{kl} = (x_k p_l - x_l p_k)$
 $p_k = -i\hbar \partial_k$

(4) **Dirac 方程式** spinor 解 $= A[-i \gamma^\nu p_\nu + mc] \exp(px/i\hbar) = A u_{1,2,3,4}(\mathbf{p}, s) \exp(px/i\hbar); A =$ 規格化係数

	電子解		陽電子解<当面無用>			
解	$u(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)$	\doteq	$u(\mathbf{p}, s = -\hbar/2;)$	\doteq	$v(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)$	$v(\mathbf{p}, s = -\hbar/2;)$
1	$-ip_0 + mc = E/c + mc$	1	0	0	$+ip_3$	$ip_1 + ip_2$
2	0	0	$-ip_0 + mc = E/c + mc$	1	$ip_1 - ip_2$	$-ip_3$
3	$+ip_3$	0	$ip_1 + ip_2$	0	$ip_0 - mc = 0$	0
4	$ip_1 - ip_2$	0	$-ip_3$	0	0	$-ip_0 - mc = 0$

spinor u の並行、直交性。
 $u(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)^\dagger u(\mathbf{p}, s = -\hbar/2;)$
 $= (ip_3)(-ip_1 - ip_2) + (ip_1 + ip_2)(ip_3) = 0 \dots \dots \dots$ (反 Pauli 排他律) 逆方向 spin は引力
 $u(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)^\dagger u(\mathbf{p}, s = +\hbar/2;)$
 $= D(E)^2 \Rightarrow 1 \dots \dots \dots$ 同方向 spin は斥力 (Pauli 排他律)

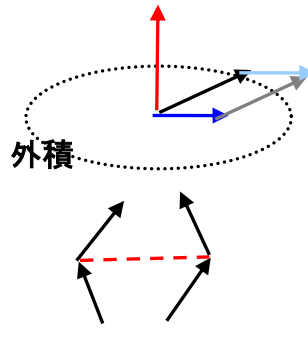
☞ : spin 関数 $= u$ 本来は4元運動量 \mathbf{p} 関数、自由電子平面波 $\exp(px/i\hbar)$ と一対で定義。

* $u^\dagger u = (mc + E/c)^2 + p^2 = (mc)^2 + (E/c)^2 + 2mE + p^2 = 2(E/c)^2 + 2mE = (m^* c)^2 = D(E)^2.$

* $u^\dagger u = 2c^{-2} [(c^2 p^2 + (mc^2)^2 + E mc^2]$

(5) 逆 spin 対の $u(+s)^*u(-s)$ spinor 積代数.

$$\begin{aligned}
 u(+s)^*u(-s) &= -ip_3(ip_1+p_2) + (-ip_1-p_2)-ip_3 \\
 &= -ip_3ip_1 + ip_1ip_3 - ip_3p_2 + ip_2p_3 = \\
 &= p_3p_1 - p_1p_3 + i(p_2p_3 - p_3p_2) \\
 &= \sqrt{[(p_3p'_1 - p_1p'_3)^2 + (p_2p'_3 - p_3p'_2)^2]} e^{i\phi}.
 \end{aligned}
 \begin{vmatrix} i & 1 & 0 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ p'_1 & p'_2 & p'_3 \end{vmatrix}$$



対電子間電磁相互作用

(6) 異 : 逆対 spin 電子の物理解釈困難... $\Psi = u(p)\exp(px/i\hbar)$, $H = \text{scalar 量}$
 対電子負 energy 困難? $E = \langle \psi | H(\text{Coulomb, Lorentz 力}) | \psi \rangle$.

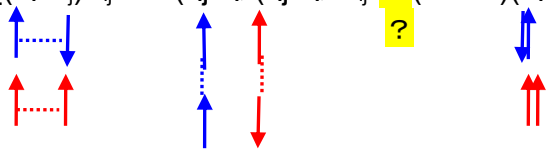
spinor 積 $u(+s)^*u(-s) \equiv U$ は運動量 p 間のみで決定、vector 内積でなく、 pxp' の右ネジ複素数外積。値はひし形の面積。
 外積は Lorentz 力的

- ① $(p_1, p_2, p_3), (p'_1, p'_2, p'_3)$ の大きさ無関係に 並行反並行 では $U=0$ 、注: spin でなく運動量です
- ② 運動量 p, p' 直交で spinor 積 U 最大絶対値.

(7) spin-spin 相互作用 <物理学公式集、共立出版、1970>

$$H_{SS} = 4\mu_B^2 \sum_{i>j} \{ (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j) / r_{ij}^3 - 3(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i)(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_j) / r_{ij}^5 - (8\pi/3)(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j) \delta(r_{ij}) \}$$

*青は負エネ
 *赤は正エネ



一般磁気 dipole 間の相互作用 potential.

$$U(\mathbf{r}_{ij}) = \mu/4\pi \sum_{i>j} \{ (\boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j) / r_{ij}^3 - 3(\mathbf{r}_{ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{r}_{ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_j) / r_{ij}^5 \}$$

<https://www.mns.kyutech.ac.jp/~okamoto/education/electromagnetism/ele-mag-dipole-moment090701a.pdf>

電子間 Coulomb 斥力は距離逆二乗増大、逆向き spin 電子間磁気moment 引力は距離逆 3 乗増大、
 超電導マイスナ空間断面は並行大電流密度間引力でぢまり、安定化に向かう。