

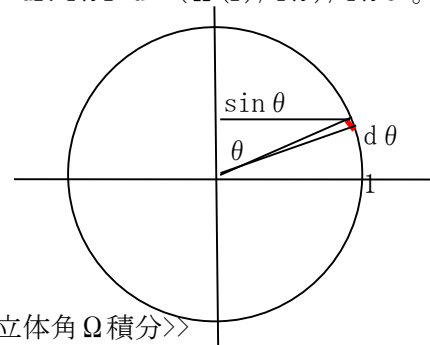
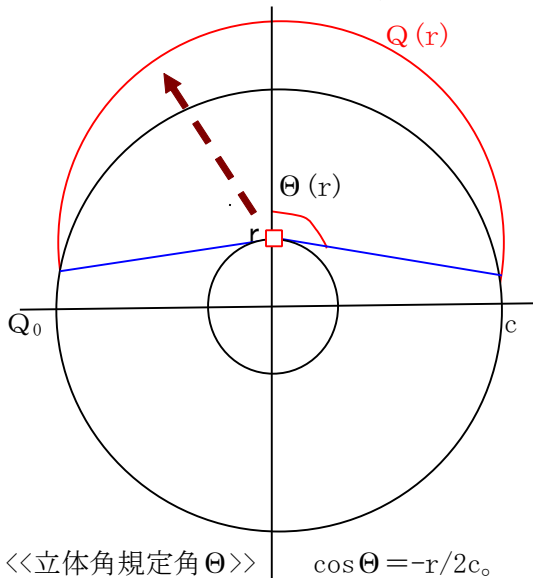
空洞 (平衡) 輻射場 energy 密度 u は Planck 分布で決定、電力流面密度 p は均質等方向性での **不偏推定** から $p = (11/48)uc$. ……従来主流は $p = (1/4)uc$?。

証明：半径 c の輻射場中球体 Q_0 を想定、中心 O から位置 r に中心を置く同半径 c の球面 $Q(r)$ を描けば Q_0 から飛び出した表面積が単位時間内の外部放出流、其の波源は $4\pi r^2 dr$ 層の更に分割された **一様微分体積** から **等方向** に発し、単位時間後に Q_0 面を通過できるのは立体角 $\Omega(r)$ 内の成分。 $4\pi r^2 dr$ 層から Q_0 の球表面を単位時間内に貫く量を積分勘定する。

(1) Q_0 表面積 $= 4\pi c^2$ 。

(2) 其の一様 \square 微分体積から見た通過可能な立体角： $\Omega(r) = 2\pi(1+r/2c)$ 。

(3) $4\pi r^2 dr$ 層から Q_0 の球表面を単位時間内に貫く量： $dp = dr \cdot 4\pi r^2 u \times (\Omega(r)/4\pi)/4\pi c^2$ 。



<<立体角 Ω 積分>>

$$\int_0^\Theta d\Omega = \int_0^\Theta d\theta \cdot 2\pi \sin \theta = 2\pi(1 - \cos \Theta) = 2\pi(1 + r/2c)$$

(5) $dp = dr \cdot 4\pi r^2 u \times (\Omega(r)/4\pi)/4\pi c^2 = dr u r^2 [2\pi(1+r/2c)]/4\pi c^2$ 。

放射源エネ 通過率 Q_0 表面積

(6) $p = \int_0^c dr u r^2 \cdot 2\pi(1+r/2c)/4\pi c^2 = (u/2c^2) \int_0^c dr (r^2 + r^3/2c)$
 $= (u/2c^2) [(1/3)c^3 + (1/4)r^4/2c] = (u/2c^2) [(1/3)c^3 + (1/8)c^3] = (11/48)uc$. (証終)

(7) 空洞輻射 energy 体積密度：

$$u = \int_0^\infty dE E R(E) = \int_0^\infty dE \cdot 8\pi (\beta E)^3 / h^3 (\beta c)^3 (\exp(\beta E) - 1) = [8\pi^5/15] k^4 T^4 / h^3 c^3 \equiv \sigma_0 T^4$$

$\sigma_0 \equiv [8\pi^5/15] k^4 / h^3 c^3 = 7.52 \times 10^{-16} \text{Jm}^{-3} \text{K}^{-4}$. <体積 energy 密度の Stefan-Boltzmann 定数>.

(8) 空洞輻射 energy 流面積密度：

$$p = (11/48)cu = \langle (11/48)c\sigma_0 \rangle T^4 \rightarrow \sigma \equiv (11/48)c\sigma_0 = 5.17 \times 10^{-8} \text{Jm}^{-2} \text{K}^{-4}$$

☞: 従来の $\sigma \equiv (1/4)c\sigma_0 = 5.87 \times 10^{-8} \text{Jm}^{-2} \text{K}^{-4}$.

<<検討>>

筆者は今回初めて **Stefan-Boltzmann 定数** $\equiv \sigma$ に関与、だが輻射場には実験関係者等多数が長年関与しており、かような違いが見過ごされるとは到底信じがたいので $p = (1/4)cu$ の根拠を検索したが見出せない。光学に関する **Lambert's cosine law** というのがあるが証明という内容には見えない。元は体積密度量 u だから体積分にして面積 \times 時間で割らねば p 次元にならないのに、最初に面密度 $d\sigma$ で **cosine law** というのは本筋違い?!

- (1) $p = (1/4)cu$ 一つは原島鮮, 熱力学/統計力学, 倍風館, 1966 で参照。だが根拠記述は無。
- (2) [Wikipedia\(Stefan-Boltzmann 定数\)](#) にも $p = (1/4)cu$ がある。
- (3) 結構真剣な解析にあるが、それでも肩透かしで納得できる証明に無いものもある。
- (4) [IEEE 関係者では cos 法則を否定した材料的な話題言及もある。](#)

筆者が敢えて site up load は輻射場には実験関係者等多数が関与しており、かような違いが見過ごされるとは到底信じがたいのです。筆者のどこが間違いなのでしょう。か?。